Unisanta Science and Technology, **2014, 16, December**
Published Online 2014 Vol.3 N°2 http://periodicos.unisanta.br/index.php/sat)

UNISANTA
Science and Technology
ISSN 2317-1316

Análise utilizando a distribuição de *Weibull* com dois e com três parâmetros para Determinar a Resistência Mecânica a Flexão de Materiais Cerâmicos

Fernando Gonzales Tavares, Willy Ank de Morais, Enir da Silva Fonseca, Thyrson Niênio Rodrigues Sousa

Unisanta – Universidade Santa Cecília – Departamento de Pós-Graduação
Programa de Mestrado em Engenharia Mecânica
Rua Oswaldo Cruz- Santos-SP, Brasil
E-mail: *: gonzalez@gonzalezft.com*
Received January, 2014, *revised march,*2014

Resumo: Este trabalho tem como objetivo principal utilizar a distribuição de *Weibull* para analisar os dados obtidos através dos ensaios a flexão dos corpos de provas cerâmicos preparados de acordo com a NBR 13818:1997. A resistência à flexão para a ruptura de cada corpo de prova foi calculada e os dados obtidos foram empregados para uma análise comparativa pela distribuição de *Weibull* com dois e com três parâmetros. Os resultados obtidos não apresentaram uma variação significativa na resistência mecânica para os corpos de provas analisados, mas indicaram a atuação de dois mecanismos diferentes de falha.

Palavras chave: Placa cerâmica; Resistência mecânica; Weibull.

Analysis using the Weibull distribution with two and three parameters to determine the flexural strength of Ceramic Materials

Abstract: This work aims to use the Weibull distribution to analyze the data obtained from the tests flexion of the prepared ceramic bodies of evidence according to the NBR 13818: 1997. The flexural strength to break of each specimen was calculated and the data obtained were used for a comparative analysis by Weibull distribution with two and three parameters. The results did not show a significant variation in strength to the bodies of evidence analyzed, but it indicated the presence of two different mechanisms of failure.

Keywords: Ceramic plate; Mechanical strength; Weibull.

1. Introdução

A cerâmica é o material artificial mais antigo produzido pelo homem. Do grego "kéramos" ("terra queimada" ou "argila queimada"), é um material de grande resistência, frequentemente encontrado em escavações arqueológicas. Pesquisas apontam que a cerâmica é produzida há cerca de 15 mil anos. De uma maneira geral, o tipo de estrutura da qual são constituídos os materiais cerâmicos, faz

Copyright © 2014 ISESC.

com que um pequeno pontual comprometer toda a sua integridade (ANAFACER, 2014).

Conforme Imasava et al. (1989), em 1983, o físico sueco Wallodi Weibull desenvolveu uma distribuição para descrever o tempo de vida de materiais sob carga que causavam fratura. A equação (1) é conhecida como função de distribuição de probabilidade de fratura de *Weilbull*:

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^m\right] \qquad (1)$$

Onde: x é a carga aplicada, x_0 é um fator de escala, valor característico da distribuição, tal como o tempo de vida, m é o parâmetro de forma da distribuição, mais conhecido como coeficiente de *Weibull* e x_u é o chamado parâmetro de localização, que é o mínimo valor característico da carga obtida.

Como o mínimo valor seja nulo (x_u=0) a equação (1) torna-se:

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right] \qquad (2)$$

Neste trabalho a metodologia de *Weibull* foi empregada para descrever a resistência à fratura de placas cerâmicas testadas em uma máquina universal de ensaios mecânicos.

2. Materiais e Métodos

Foram selecionados aleatoriamente 40 chapas cerâmicas com espessuras de 7,8mm, oriundas de um mesmo lote, das quais foram preparados corpos de provas (CPs) nas dimensões: 298 × 14,8 ×7,8mm. Os CPs foram ensaiados por flexão a três pontos conforme a norma NBR 13818 (1997). Tal norma solicita um tratamento prévio dos CPs em uma estufa a 110°C por 26 horas e depois resfriamento a temperatura ambiente dentro de um dessecador. Esta operação foi realizada em uma estufa específica para a secagem de consumíveis de solda da INSPEBRAS (2014), cedida dentro do convênio desta empresa com a UNISANTA.

Os pisos cerâmicos foram divididos em três grupos: (A), (B) e (C).

O grupo (A) composto por 3 CPs, foram testados a uma taxa de 0,04MPa/s.

O grupo (B) foi composto por 34 CPs testados a 0,21MPa/s e empregados para gerar a distribuição estatística.

O grupo (C) foi constituído por 3 CPs submetidos a imersão em água por 30 minutos imediatamente antes do ensaio para verificar a influência da umidade do material nos resultados obtidos.

Os ensaios foram realizados em uma máquina Universal de Ensaios, EMIC modelo DL10.000, equipada com o *software Tesc* versão 3.01. A citada máquina fica localizada nos laboratórios da UNISANTA e está ilustrada nas fotos da Figura 1.



Figura 1 - Máquina de ensaios universal EMIC DL10.000 empregada no trabalho, posicionamento e dimensões das placas cerâmicas nos ensaios de flexão a três pontos.

Copyright © 2014 ISESC.

O *software Tesc* permite o acesso aos dados de força e deslocamento registrados pela célula de carga e pelo LVDT (*Linear Variable Differential Transformer* ou Transformador Diferencial Variável Linear) da máquina. A carga exercida sobre os CPs ao longo dos ensaios, fornecida pelo *software Tesc* permitiu o cálculo da tensão a partir da equação:

$$\sigma = \frac{3.F.L}{2.b.h^2} \qquad (3)$$

Onde: F – Força exercida sobre o corpo de prova; L – Distância entre os pontos de apoio do corpo de prova (200mm); b – Largura da base do corpo de prova (148mm); h – Altura (espessura) do CP (7,8mm).

Os CPs foram selecionados de forma aleatória e posteriormente identificados. Antes dos ensaios cada CP foi inspecionado visualmente para detectar possíveis avarias que interferissem no experimento. Os cálculos e gráficos dos parâmetros da distribuição de *Weibull* foram obtidos com o uso do *software* Minitab 17.

Os dados obtidos foram analisados, conforme recomendações da NIST (2001), para detectar a presença de *outliers* (valores atípicos, que apresenta um grande afastamento dos demais da série).

3. Resultados

Na Tabela 1 são apresentados os dados dos grupos de CPs e os resultados obtidos nos ensaios. A partir destes dados foi calculada a tensão de ruptura em cada ensaio, segundo a equação (3) que também é mostrada na Tabela 1.

A Figura 2 ilustra as curvas tensão versus flexão obtidas nos ensaios com os 40 CPs cerâmicos, separados nos grupos A, B e C. As 34 curvas obtidas dos CPs do grupo B apresentaram dois feixes (grupos) com inclinação bastante similar.

Tabela 1 – Dados obtidos nos ensaios com os CPs cerâmicos dos grupos A, B e C.

Grupo-CP	t(s)	δ(mm)	F(N)	σ(MPa)
GA-CP1	414	1,380	501,4	16,7
GA-CP2	428	1,425	491,7	16,4
GA-CP3	401	1,335	560,0	18,7
...	...	...	...	...
GC-CP38	73,7	1,228	566,5	18,9
GC-CP39	69,9	1,165	488,4	16,3
GC-CP40	82,7	1,379	511,2	17,0

Grupo-CP	t(s)	δ(mm)	F(N)	σ(MPa)
GB-CP4	77,8	1,296	498,2	16,6
GB-CP5	87,2	1,453	612,1	20,4
GB-CP6	80,8	1,347	592,6	19,7
...	...	...	...	...
GB-CP35	72,3	1,205	534,0	17,8
GB-CP36	83,0	1,383	556,8	18,6
GB-CP37	80,8	1,347	524,2	17,5

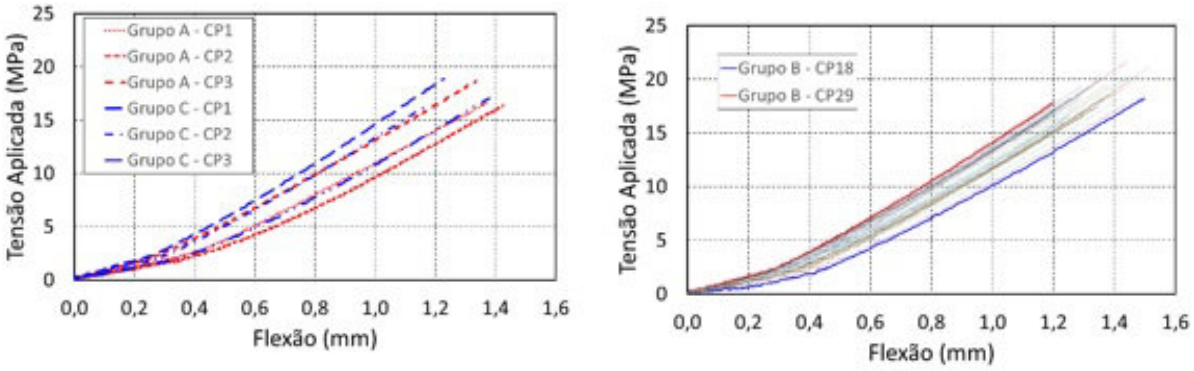


Figura 2 - Gráficos tensão× flexão dos CPs cerâmicos testados em flexão a 3 pontos. No gráfico do grupo B estão destacadas as curvas máxima e mínima.

Copyright © 2014 ISESC.

4. Análise exploratória dos Dados

De acordo com NIST (2001), a análise exploratória de dados (AED) emprega uma variedade de técnicas gráficas para: maximizar o conhecimento sobre um conjunto de dados; investigar hipóteses sobre a estrutura dos dados; detectar outliers; examinar relações entre as variáveis. Barnett e Lewis (1995) definiram outlier como sendo uma observação que parece ser inconsistente com os demais elementos do conjunto de dados. Os outliers podem indicar características importantes sobre um modelo, como modelo incompatível com os dados ou omissão de variáveis importantes.

Para explorar adequadamente a natureza dos dados e suas propriedades, é importante que seja feita AED, Tabela 2, antes do uso de certas ferramentas estatísticas, para evitar erros grosseiros, e a análise parcial com a geração de resultados duvidosos.

A análise de dados visando revelar *outliers* foi realizada através de técnica gráfica como *Box-Plot* (caixa de bigodes) e pelo teste de Razão de Dixon.

O *Box-Plot* é uma excelente ferramenta, pois permite visualizar a locação, a dispersão, a simetria, os limites de outliers e os próprios outliers, independentemente da forma da distribuição de um conjunto de dados.

O *Box-Plot* é construído com base na mediana e nos quartis associados ao conjunto de dados, o que o torna resistente a valores perturbadores dentro da faixa de limites de *outliers* e, consequentemente, atraente em análise exploratória de dados (Hoaglin et al. 1992).

Ambos os gráficos mostrados na Figura 3 apresentam um traço superior mais longo. Isso indica uma leve assimetria positiva, ou seja, a lateral direita da distribuição é menos densa do que a lateral esquerda. Mesmo assim, nenhum *outlier* foi identificado nos dois conjuntos de dados.

Tabela 2 – Estatísticas Descritivas: σ(MPa); δ(mm).

Variável	N	Média	Mediana	Erro Padrão Médio	Desvio Padrão	Coef. Variância	Mín.	Q1	Q3	Máx.
σ(MPa)	34	18,381	18,333	0,238	1,387	7,55	16,055	17,194	19,445	21,587
δ(mm)	34	1,331	1,331	0,016	0,092	6,92	1,197	1,254	1,403	1,513

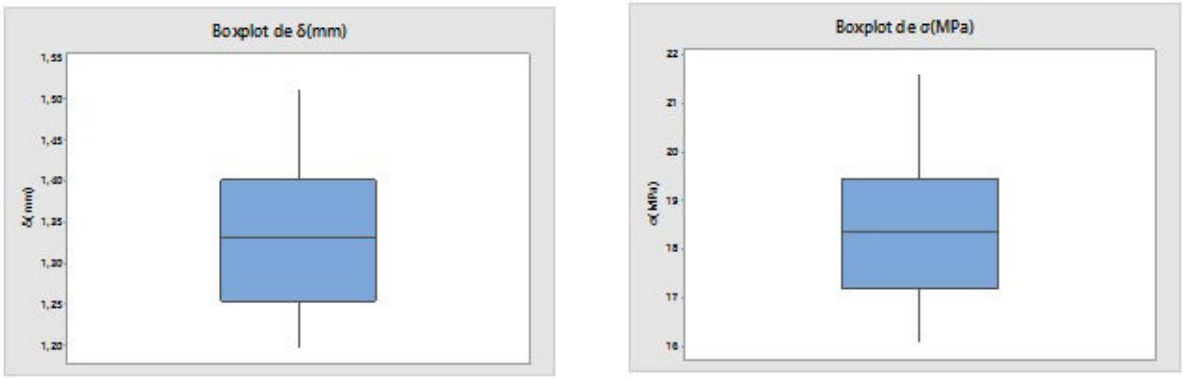


Figura 3 – *Box-Plot* dos dados obtidos nos ensaios: (a) flexão (□) e (b) tensão (□).

Copyright © 2014 ISESC.

Os valores r_{22} no Teste de Razão de Dixon são obtidos considerando-se como hipótese nula (H_0): todos os valores de uma amostra são da mesma população normalmente distribuída. Sua hipótese alternativa (H_1) é: um dos valores da amostra não é da mesma população normalmente distribuída, estando fora de um dos seus extremos.

Dixon (1953) observou que as maiores amostras de uma população normal têm maior probabilidade de incluir valores extremos, por essa razão analisamos a presença de *outliers* no conjunto de dados utilizando a razão Q de Dixon r22 para amostras com tamanho N >= 14 dados. Não foi detectado nenhum *outlier* no nível de significância 5%.

Tabela 3 – Teste de Razão (r22) de Dixon.

Variável	N	Mínimo	X[2]	X[5]	X[N-2]	X[N-1]	Máximo	r22	p
σ(MPa)	34	16,055	16,272	16,597	20,394	21,154	21,587	0,24	0,523
δ(mm)	34	1,1972	1,198	1,1989	1,4536	1,498	1,513	0,19	0,847

5. Discussão e Considerações Finais

Ordenando-se as tensões de ruptura do grupo B, foram obtidos os parâmetros para a distribuição de *Weilbull* (Equação 1) de acordo com o método de Kaplan-Meier, empregado utilizado pelo *software* Minitab (versão 17.1.0). Os valores dos três parâmetros de *Weibull* obtidos foram: módulo m = 2,02, fator de escala x0 = 2,98 e valor de posição x_u = 15,74. Empregando a equação 2 é possível transformá-la em uma equação de uma reta, que foi empregada para determinar os valores dos parâmetros de Weibull na forma biparamétrica: módulo m = 13,71 e o fator de escala x_0=19,03.

As distribuições obtidas estão ilustradas nos gráficos da Figura 3. Observando as regressões dos dados da distribuição para *Weibull* com dois e três parâmetros (Figura 3) observa-se um melhor ajuste aos pontos neste último, que foi empregado na análise. Pela distribuição é possível notar que a primeira metade das chapas rompem-se em uma faixa de apenas 2,4MPa (de 15,87 para 0,25% dos casos a 18,22MPa). Por outro lado, o restante das chapas rompe-se em uma faixa de 2,8MPa (de 18,22 a 21,02 para 99,75% dos casos). Isso indica que o mecanismo de fratura destas chapas possui ao menos dois mecanismos de controle da falha: um atuando em níveis menores de tensão (chapas menos resistentes) e outro em níveis de tensão maiores (chapas mais resistentes).

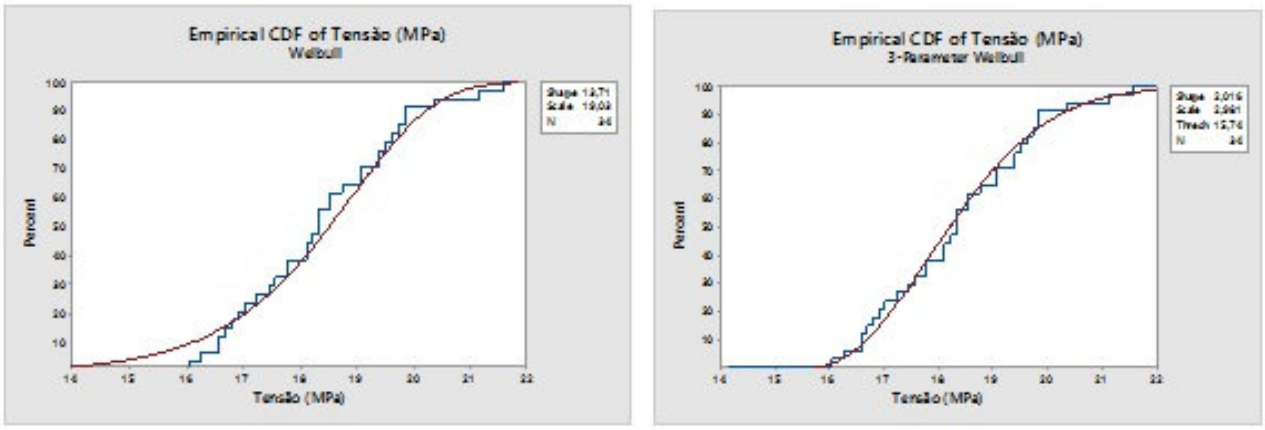


Figura 3 - Gráfica da distribuição de *Weilbull* de dois (à esquerda) e três parâmetros (à direita) que descrevem a probabilidade de ruptura das chapas cerâmicas testadas (grupo B).

Copyright © 2014 ISESC.

6. Conclusões

A resistência mecânica a flexão das peças cerâmicas testadas tiveram um comportamento bastante similar, ou seja, a composição de sua matéria prima principal não permitiu grandes variações. Nestes dados, porém, a distribuição de Weibul com três parâmetros mostrou-se mais eficiente para avaliar o comportamento a fratura destes corpos de prova. Este resultado analítico indica que existem diferentes mecanismos atuando no processo de fratura das chapas, mecanismos esses que deverão ser averiguados em um estudo futuro.

7. Referências

ANAFACER (Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica para Revestimentos, Loucas Sanitárias e Congêneres). **O Mercado Brasileiro**. Disponível em: http://www.anfacer.org.br/site. Acesso em 22 de junho de 2014.

BARNETT, V.; LEWIS, T. **Outliers in statistical data. Chichester: John Wiley**, 1995. 584 p.

DIXON, W. J. "**Processing Data for Outiliers**", Biometrics, 9(1) 74-89. Disponível em: http://webspace.ship.edu/pgmarr/Geo441/Readings/Dixon%201953%20-%20Processing%20Data%20for%20Outliers.pdf. Acesso em 20 de agosto de 2014.

HOAGLIN, D. C.; MOSTELLER, F.; TUKEY, J.W. **Análise exploratória de dados: técnicas robustas - um guia**. Salamandra: Almada, 1992. 446 p.

INSPEBRAS. Disponível em: http://www.inspebras.com.br/index.php. Acesso em 17 de junho de 2014.

MORAIS, W. A.; GODEFROID, L. B.; PASTUKOV, V. **Análise comparativa da propagação de trincas por fadiga em três ligas de aluminio**. Revista de Engenharia e Ciências Aplicadas, v. 3, p. 43-56, 1996.

MARTINS C. A. P., J. C. Morilla, P. V. Marques, S. Delijaicov. Stress relief by sub-harmonic vibrations-Unisanta Science and Technology, ISSN 2317-1316 Vol.1 No2, 2012.

NBR 13818 - **Placas cerâmicas para revestimento - Especificação e métodos de ensaios**. 1997. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECNOLOGY-NIST. **Statistics for Scientists & Engineers: exploratory data analysis**. Disponível em: http://www.itl.nist.gov. Acesso em 20 de agosto de 2014.

IMASAVA, F. J.; GOUVÊA, M. T.; XAVIER, C.; RODRIGUES, S. **Uso do microcomputador nos cálculos do método estatístico de Weibull para a medida da resistência dos materiais frágeis**. Anais do 33º Congresso Brasileiro de Cerâmica da Associação Brasileira de Cerâmica. p. 985-1000, 1989.

Copyright © 2014 ISESC.