Unisanta Science and Technology, **2016, 6, December**
Published Online 2016 Vol.5 N°2 http://periodicos.unisanta.br/index.php/sat)

UNISANTA
Science and Technology
ISSN 2317-1316

Modelagem e Simulação do Controle de posição de uma Esfera por um Sistema de levitação magnética em Plataforma Virtual

Hyghor Miranda Côrtes[1,2] & Alex Sander de Magalhães Pivoto[2]

[1]**UNISANTA** – Universidade Santa Cecília – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PPGEMec
Rua Oswaldo Cruz, 266- Santos-SP, Brasil - CEP: 11045-100

[2]AVM Faculdade Integrada - Universidade Candido Mendes - RJ BR

E-mail*:* hyghorcortes@gmail.com
Received november *2015*

Resumo: O trabalho descreverá a modelagem e implementação do controle de posição de uma esfera em plataforma virtual, mas especificamente com o uso de *software* Matlab versão R2016a. O sistema projetado tem por objetivo fazer uma massa de material ferromagnético levitar em pleno ar com a aplicação de uma força eletromagnética gerada por um eletroímã. O respectivo sistema será tratado de forma linear em um dado ponto de operação, logo será utilizada função de transferência em região linearizada, sendo possível então realizar técnicas de controle lineares bem definidas. Com base na função de transferência encontrada será projetado compensador para o sistema magnético com a finalidade de estabilização do mesmo. Ao final, será realizada a validação do modelo por meio de resposta do sistema ao degrau e diagrama *root locus*.

Palavras chave: Automação Industrial, Controle Automático, Levitador Magnético, Sensor de Posição.

Modeling and Simulating of Position control of a Sphere by a magnetic levitation System on Virtual Platform

Abstract: The paper will describe the modeling and implementation of position control of a sphere in virtual platform, but specifically with the use of software Matlab version R2016a. The designed system aims to make a mass of ferromagnetic material levitate in full air with the application of an electromagnetic force generated by an electromagnet. The respective system will be treated linearly at a given point of operation, then a transfer function will be used in a linearized region, and it will be possible to perform well defined linear control techniques. Based on the transfer function found will be designed compensator for the magnetic system for the purpose of stabilizing it. At the end, the validation of the model will be performed through the system response to the step and root locus diagram.

Keywords: Industrial Automation, Automatic Control, Magnetic Levitator, Position Sensor.

1. Introdução

Em 1820 Ampère e Oersted através da corrente elétrica descobriram a geração de uma força magnética, possibilitando a criação do motor elétrico. Na década de 1840 Henry e Faraday descobriram o fenômeno de indução eletromagnética que posteriormente seria alicerce para a invenção do gerador trifásico. Após estas, houveram muitas outras descobertas associadas ao eletromagnetismo. [1]

Depois da Segunda Guerra Mundial, o magnetismo experimentou considerável avanço, com destaque para a produção de livros especializados no tema firmando um importante ramo da ciência e física. [1]

Hoje, os materiais magnéticos encontram-se aplicados há um grande número de processos industriais e produtos. Em associação com a engenharia de controle moderna, é possível criar sistemas que possam gerar movimento à

Copyright © 2016 ISESC.

vários tipos de mecanismo através da força magnética. Um conhecido exemplo é o projeto do trem MAGLEV, desenvolvido no Japão, que se movimenta por levitação magnética. [2]

A utilização de sistemas de controle possibilitam que sistemas do mundo em que vivemos possam ser modelados e conhecidos de tal forma que possamos controlar o seu funcionamento. Com o uso da retroação em sistemas de controle permitiu-se o desenvolvimento do denominado controle automático.

O mecanismo regulador de bóia surgiu na Grécia no período 300 a.C. como uma das primeiras aplicações em controle utilizando retroação. No decorrer da Segunda Guerra Mundial, prática e teoria relacionada a controle automático receberam grande incentivo.

Na década de 80 tornou-se possível otimizar, ter rapidez e precisão nos cálculos matemáticos envolvidos no controle automático pelo destaque da utilização de computadores. Com base nos conceitos de sistemas de controle e magnetismo, o que se propõe neste trabalho é a modelagem matemática, estudo das características do modelo e projeto de um compensador para um sistema de levitação magnética.

O respectivo trabalho está divido em 4 seções, sendo a seção 1 já apresentada. Na seção 2 é feita a modelagem matemática de um sistema de levitação magnética. Na seção 3 é realizada a análise da estabilidade, é feito o prospecto de desempenho e cálculo da estrutura de compensação para o sistema. Na seção 4 encontra-se a conclusão deste trabalho.

2. O Levitador Magnético

2.1. Conceitos iniciais

O fenômeno de levitação magnética se caracteriza pela suspensão de um corpo no ar, contrariando a ação da gravidade, sem nenhum apoio aparente. Neste contexto, usa-se do magnetismo para criar uma força contrária à força gravitacional.

Tal fenômeno é realizado tipicamente pelo uso de eletroímãs controlados. Para além de suporte a cargas (levitação), temos várias outras aplicações baseadas no controle da força magnética, destacando-se situações que necessitamos da conjugação de força com precisão sem essencialmente ter fricção.

Na Figura 1 é ilustrado o funcionamento do sistema do levitador magnético proposto para estudo. O levitador magnético proposto constitui-se basicamente de um aparato que possibilita a levitação de uma esfera de metal por meio de uma força magnética exercida por um eletroímã. Tem-se ainda o uso de um sensor com a função de realimentação da posição da esfera de modo a gerar um sinal de erro que estabilize sua posição.

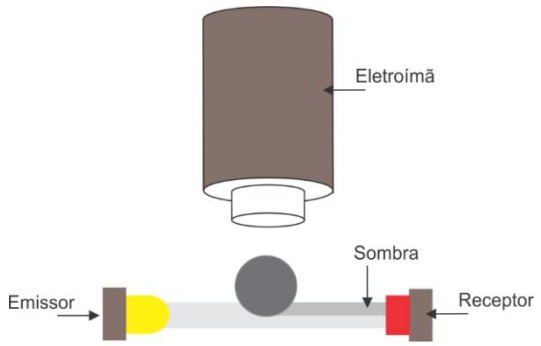


Figura 1. Funcionamento do sistema do levitador magnético.

O sistema funciona a partir de um sinal de referência R(s). Na dinâmica do sistema quando a esfera entra em contato com o feixe de luz do emissor, temos a interrupção do feixe criando uma sombra no receptor. Esta sombra é função da posição da esfera. O sinal B(s) é gerado pelo sensor de posição que em seguida é comparado com o sinal de referência R(s). O resultado da comparação, entre R(s) e B(s), compõe o sinal de erro E(s). O sinal de erro E(s) alimenta a entrada do controlador que realiza a correção do sinal de controle do eletroímã para levar a esfera a posição desejada. Abaixo, na Figura 2 temos o diagrama de blocos correspondente ao sistema de levitação magnética.

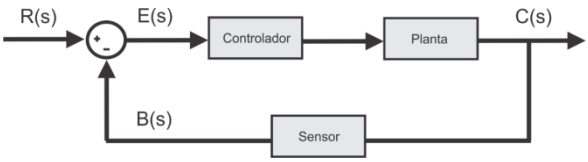


Figura 2. Diagrama de blocos do levitador magnético.

onde, R(s) é o sinal de entrada de referência (em tensão), C(s) é o sinal de saída (posição da esfera), B(s) é o sinal de saída do sensor (em tensão) e E(s) é o sinal de erro atuante (em tensão).

2.2. Modelagem Matemática

Para entender e controlar um sistema é necessário um modelo matemático quantitativo que descreva o comportamento dinâmico do mesmo. Em sistemas dinâmicos, como é o caso deste estudo, as equações usualmente aplicadas são as equações diferenciais.

Serão empregadas algumas considerações ou aproximações sobre o sistema físico e seu respectivo funcionamento.

Copyright © 2016 ISESC

A modelagem será dividida em dois subsistemas, mecânico e elétrico. Para o subsistema mecânico será considerado o diagrama de corpo livre e para o subsistema elétrico o circuito elétrico do eletroímã. Com o estudo dos dois subsistemas determinar-se há o modelo matemático da planta.

2.3. Subsistema Mecânico

Para o subsistema mecânico será utilizado o diagrama de corpo livre da esfera de modo a mantê-la em equilíbrio.

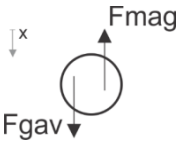


Figura 3. Diagrama do corpo livre da esfera.

A força magnética F_{mag} produzida pelo eletroímã é dada por:

$$F_{mag} = K.\frac{i^2(t)}{x^2(t)} \quad (1)$$

onde, K é a constante da força, i é a corrente no eletroímã no instante t e x é a distância da esfera ao eletroímã no instante t.

A força gravitacional F_{gav} é dada por:

$$F_{gav} = m\,.\,g \quad (2)$$

onde, m é a massa da esfera e g é a aceleração da gravidade.

Considerando a segunda lei de Newton e o diagrama de corpo livre temos a equação abaixo:

$$F_{gav} - F_{mag} = m\,.\,a \quad (3)$$

Substituindo as equações 1 e 2 em 3 temos como resultado a equação do sistema mecânico abaixo:

$$m\,.\,g - K.\frac{i^2(t)}{x^2(t)} = m.\frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad (4)$$

2.4. Subsistema Elétrico

Para o subsistema elétrico será utilizado o diagrama do circuito elétrico do eletroímã conforme ilustrado na Figura 4.

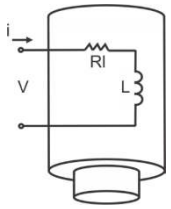


Figura 4. Circuito elétrico do eletroímã.

Pela Lei de Kirchhoff encontramos a equação do subsistema elétrico abaixo:

$$V(t) = R_l\,.\,i(t) + \frac{\mathrm{di}(t)}{\mathrm{dt}}.L \quad (5)$$

onde, R_l é a resistência do eletroímã, i é a corrente no eletroímã no instante t e L é a indutância do eletroímã.

2.5. Condição de Equilíbrio

Com as equações dos subsistemas mecânico e elétrico segue-se para a análise do sistema no equilíbrio como um todo, onde consideram-se as derivadas em relação ao tempo iguais a zero. Aplicando a condição de equilíbrio a equação 5, tem-se a corrente no equilíbrio i_{eq}:

$$i_{eq} = \frac{V_{eq}}{R_l} \quad (6)$$

onde, V_{eq} é a tensão da bobina no equilíbrio e i_{eq} é a corrente no eletroímã no equilíbrio.

Aplicando a condição de equilíbrio à equação 4 e aplicando a substituição da equação 6, tem-se a posição da esfera no equilíbrio x_{eq}:

$$x_{eq} = \frac{V_{eq}}{R_l}\,.\,\sqrt{\frac{K}{m.g}} \quad (7)$$

2.6. Representação do Sistema em Variáveis de Estado e Equações de Estado

Quando um sistema possui muitas entradas e muitas saídas, sua análise se torna complexa. Muitas vezes é necessário reduzir a complexidade das expressões que descrevem o sistema, ou mesmo recorrer ao uso de computadores para efetuar os cálculos mais tediosos. Neste contexto, a teoria de controle moderno se baseia no uso de um sistema de $\boldsymbol{n}$ equações diferenciais de primeira ordem que são agrupadas em uma equação diferencial vetor-matricial de primeira ordem, conhecida como modelo em variáveis de estado. Dessa forma é possível diminuir consideravelmente a representação matemática dos sistemas de equações diferenciais complexas. [3,5]

Copyright © 2016 ISESC

Assim, quando se aumenta o número das variáveis de estado, das variáveis de entrada e das variáveis de saída, não se aumenta a complexidade das equações. [3,5]

As variáveis de estado podem ser definidas como sendo as variáveis que sofrem alteração ao longo do funcionamento do sistema. Desta forma, deve-se escolher o número de variáveis de estado suficiente para descrever a dinâmica do sistema. [4]

Para o sistema magnético são consideradas para variáveis de estado: corrente no eletroímã $(x_1 = i)$, posição vertical da esfera $(x_2 = x)$ e velocidade da esfera $(x_3 = \frac{\mathrm{dx}(t)}{\mathrm{dt}})$. Para as variáveis de entrada são consideradas: tensão elétrica $(u_1 = V)$ e aceleração da gravidade $(u_2 = g)$. Na Tabela 1 temos as variáveis de estado e as variáveis de entrada.

Tabela 1. Variáveis de estado e entrada.

Varáveis de Estado	Variáveis de Entrada
$(x_1 = i)$	$(u_1 = V)$
$(x_2 = x)$	$(u_2 = g)$
$(x_3 = \frac{dx}{\mathrm{dt}})$	

Usando as variáveis de estado e de entrada pode-se representar o sistema em três equações diferenciais não-lineares.

A primeira equação diferencial tem-se reescrevendo a equação 5 e aplicando as variáveis de estado:

$$\dot{x}_1 = \frac{u_1}{L} - \frac{Rl}{L} . x_1 \qquad (8)$$

A segunda equação diferencial é igual a variável de estado x_3:

$$\dot{x}_2 = x_3 \qquad (9)$$

A terceira equação diferencial tem-se reescrevendo a equação 4 e aplicando as variáveis de estado:

$$\dot{x}_3 = u_2 - \frac{K}{m} . \frac{x_1^2}{x_2^2} \qquad (10)$$

Logo, as equações 8, 9 e 10 compõem as três equações de estados não lineares.

2.7. Linearização do Modelo Matemático e Determinação das Matrizes de Estado

A maioria dos sistemas físicos é linear apenas dentro de um intervalo de valores. Portanto, a maioria dos sistemas é na prática não-linear. Para que um sistema seja linear ele deve satisfazer a propriedade da superposição. [4]

As equações obtidas do sistema magnético são não-lineares e consequentemente não satisfazem a propriedade da superposição, porém, elas podem ser consideradas lineares em torno do ponto de operação considerado como ponto equilíbrio, para pequenas variações.

Na Tabela 2 temos as variáveis de estado e as entradas reescritas, e temos ainda as saídas para valores em torno do ponto de equilíbrio.

A linearização é apresentada na Tabela 3.

Pode-se representar o sistema da seguinte forma para entradas e saídas em torno do ponto de equilíbrio.

$$\triangle \dot{x} = A. \triangle x + B. \triangle u \qquad (11)$$

$$\triangle y = C. \triangle x + D. \triangle u \qquad (12)$$

Faz necessário agora encontrar as matrizes A, B, C e D. Para a matriz A temos:

$$A = [a_{ij}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right] \qquad (13)$$

Segue na Tabela 4 o cálculo das componentes da matriz A com base na equação 13:

Tabela 2. Variáveis de estado, entradas e saídas em torno do ponto de equilíbrio.

Estados		Entradas		Saídas
$x_1 = x_{1eq} + \Delta x_1$	$x_{1eq} = i_{eq}$	$u_1 = u_{1eq} + \Delta u_1$	$u_{1eq} = V_{eq}$	$y_1 = x_1$
$x_2 = x_{2eq} + \Delta x_2$	$x_{2eq} = x_{eq}$	$u_2 = u_{2eq} + \Delta u_2$	$u_{2eq} = g_{eq}$	$y_2 = x_2$
$x_3 = x_{3eq} + \Delta x_3$	$x_{3eq} = \dot{x}_{eq}$			

Copyright © 2016 ISESC

Tabela 3. Variáveis de estado e entradas linearizadas em torno do ponto de equilíbrio.

$\boldsymbol{X}_n$	$x_{1eq} = \frac{u_{1eq}}{R_l}$	$x_{2eq} = \sqrt{\frac{K}{m.u_{2eq}}}.\frac{u_{1eq}}{R_l}$	$x_{3eq} = 0$
$\boldsymbol{U}_n$	$u_{1eq} = V_{eq}$	$u_{2eq} = g_{eq}$	

Tabela 4. Cálculo das componentes da matriz A.

$\boldsymbol{a}_{ij}$	$a_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -\frac{R_l}{L}$	$a_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 0$	$a_{13} = \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 0$
	$a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 0$	$a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0$	$a_{23} = \frac{\partial f_2}{\partial x_3} = 1$
	$a_{31} = \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = -2.\frac{g_{eq}\ .R_l}{V_{eq}}$	$a_{32} = \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 2.\frac{g_{eq}\ .R_l}{V_{eq}}.\sqrt{\frac{m.\ g_{eq}}{K}}$	$a_{33} = \frac{\partial f_3}{\partial x_3} = 0$

Para a matriz B temos:

$$B = [b_{ij}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right] \qquad (14)$$

Segue na Tabela 5 o cálculo das componentes da matriz B com base na equação 14.

Tabela 5. Cálculo das componentes da matriz B.

$\boldsymbol{b}_{ij}$	$b_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial u_1} = \frac{1}{L}$	$b_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial u_2} = 0$
	$b_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial u_1} = 0$	$b_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial u_2} = 0$
	$b_{31} = \frac{\partial f_3}{\partial u_1} = 0$	$b_{32} = \frac{\partial f_3}{\partial u_2} = 1$

Copyright © 2016 ISESC

Segue a representação da entrada no espaço de estados dos desvios em torno do ponto de equilíbrio na equação 15:

$$\Delta\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2.\frac{g_{eq}.R_l}{V_{eq}} & 2.\frac{g_{eq}.R_l}{V_{eq}}.\sqrt{\frac{m.g_{eq}}{K}} & 0 \end{bmatrix}.\Delta x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.\Delta u \quad (15)$$

Para a matriz C e D encontram-se os valores das componentes de forma direta em observação a Tabela 2. Segue a representação da saída no espaço de estados dos desvios em torno do ponto de equilíbrio na equação 16:

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.\Delta x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}.\Delta u \quad (16)$$

Para simplificar os elementos A, B, C e D, são feitas as seguintes considerações:

1) As equações 6 e $u_{2eq} = g_{eq}$.
2) A entrada u_2 será tratada como constante visto que será considerada a aceleração da gravidade terrestre. Logo, a matriz B perderá a segunda coluna pela presença do fator u_2 e consequentemente a matriz D perderá a segunda coluna para se manter a multiplicidade das matrizes.
3) Foram consideradas inicialmente duas saídas, porém como a saída que se deseja é a posição da esfera será desconsiderada a saída y_2.

Reescrevendo as matrizes A, B, C e D de acordo com as condições anteriores, temos:

$$\Delta\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R_l}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2.\frac{g}{i_{eq}} & 2.\frac{g}{x_{eq}} & 0 \end{bmatrix}.\Delta x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.\Delta u \quad (17)$$

$$\Delta y = [0 \quad 1 \quad 0].\Delta x + [0].\Delta u \quad (18)$$

2.8. Função de Transferência do modelo

Para o cálculo da função de transferência do sistema é necessário o conhecimento dos parâmetros e constantes que fazem parte do sistema magnético.

Neste estudo serão utilizados valores que fizeram parte de experiências realizadas em laboratório de acordo com a Tabela 6. [8]

Para o cálculo da função de transferência da planta do sistema levitador magnético foi utilizada a função $\boldsymbol{ss2tf.m}$ do software Matlab versão R2016a. A função $\boldsymbol{ss2tf.m}$ converte uma representação em espaço de estados para uma função de transferência. Segue abaixo a função de transferência correspondente:

$$G(s) = \frac{-47{,}56}{s^3 + 26{,}67\,.\,s^2 - 2803\,.\,s - 74740} \quad (19)$$

2.9. O Sensor de posição

Após ser determinada a função de transferência da planta se faz necessário determinar a função de transferência do sensor para compor o sistema realimentado. Será usado um sensor de posição para fazer a realimentação da posição da esfera. Na Figura 5 segue o esquema ilustrativo do sensor de posição.

Tabela 6. Parâmetros do modelo [8].

Símbolo	*Parâmetros*	*Valor/Unidades*
$\boldsymbol{m}$	Massa da esfera	0.068 kg
$\boldsymbol{d}$	Diâmetro da esfera	2.54 cm
$\boldsymbol{L}$	Indutância da bobina	0.4125 H
$\boldsymbol{R_L}$	Resistência da bobina	11 Ω
$\boldsymbol{x}$	Range de movimento	14 mm
$\boldsymbol{i_{eq}}$	Corrente de equilíbrio	1 A
$\boldsymbol{x_{eq}}$	Posição da esfera no equilíbrio	0.007 m
$\boldsymbol{g}$	Aceleração da gravidade	9.81 m/s²
$\boldsymbol{K}$	Constante de força	3.2654 x10^{-5}

Copyright © 2016 ISESC

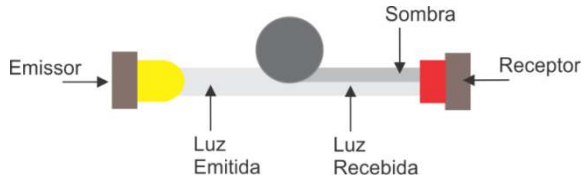


Figura 5. Esquema do sensor de posição.

Basicamente o emissor de luz emite uma faixa de luz constante que é percebida pelo receptor.

A esfera produz uma sombra fazendo com que chegue ao receptor uma parcela da quantidade de luz, alterando a resistência elétrica do sensor.

A tensão de saída do circuito do sensor é função da quantidade de luz que chega ao receptor que corresponde a posição da esfera. Abaixo na Figura 6 é apresentada a ilustração do circuito do sensor.

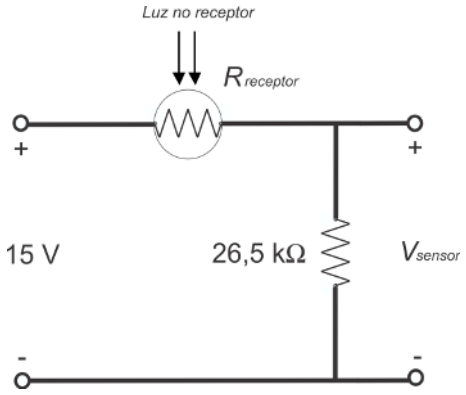


Figura 6. Circuito elétrico do sensor de posição. [7]

onde, $Rreceptor$ é a resistência que varia em função da intensidade de luz e $Vreceptor$ é a tensão de saída do circuito elétrico do sensor.

A resistência de 26,5KΩ é utilizada para limitar a tensão de saída do sensor na faixa de 0 a 10V. [7]

O sensor funciona com uma fonte de alimentação de 15 V. A tensão de saída do circuito do sensor varia de 0 a 10V e a resistência do receptor varia de 16 kΩ (sem sombra no receptor) a 1 MΩ (obscuridade no receptor) de acordo com a equação 20. [7]

$$V_{sensor} = \frac{397{,}5K\Omega}{R_{receptor}K\Omega + 26{,}5K\Omega} \qquad (20)$$

Quando a esfera não produz sombra no receptor, a resistência $Rreceptor$ é mínima (aproximadamente 16kΩ) e a tensão de saída do sensor é máxima (aproximadamente 10V).

Quando a esfera interrompe totalmente a faixa de luz do emissor, a resistência $Rreceptor$ é máxima (aproximadamente 1MΩ) e a tensão de saída do sensor é mínima (aproximadamente 0V).

Com base nos testes realizados pôde-se determinar a função de transferência do sensor.

A Figura 7 mostra dados colhidos a partir do movimento da esfera sobre o feixe de luz do emissor. Nota-se que a faixa de movimentação da esfera é de aproximadamente 3,0 mm. Consideramos a faixa de tensão correspondente de 2,2 V a 7,2 V.

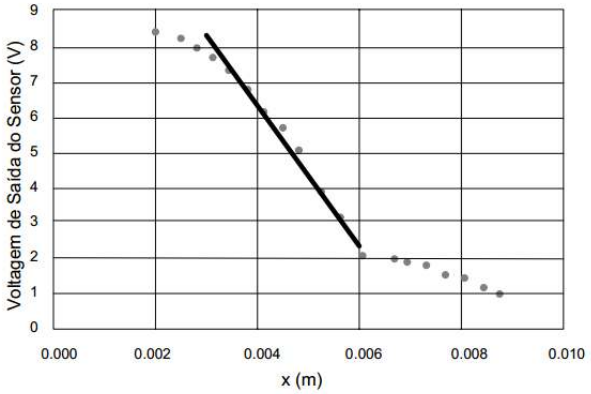


Figura 7. Gráfico tensão x posição do sensor. [7]

Baseado na parte linear, tem-se a função de transferência do sensor representada na equação 21 sendo H(s) a realimentação negativa:

$$H(s) = -1666{,}6 \qquad (21)$$

2.10. O Sistema Realimentado

Na equação 22 temos a função de transferência do sistema realimentado. [6]

$$G_o(s) = \frac{G(s)}{1+\mathrm{G(s)H(s)}} \qquad (22)$$

onde, G(s) é a função de transferência da planta e H(s) é a função de transferência do sensor.

Segue abaixo na equação 23 a função de transferência realizada em Matlab versão R2016a:

$$G_o(s) = \frac{X(s)}{R(s)} = \frac{-47{,}56}{s^3+26{,}67s^2-2803s-15400} \qquad (23)$$

Copyright © 2016 ISESC *Unisanta Science and Technology* **(78-88) p.p. ISSN 2317-1316**

3. Análise da Estabilidade, Prospecto do Desempenho e Compensação

3.1. Análise da Estabilidade

A estabilidade de um sistema linear a malha fechada é determinada pela localização dos pólos a malha fechada no plano s. Se qualquer um desses pólos se localizar no semiplano direito do plano s, então à medida que o tempo cresce, a resposta transitória aumenta monotonicamente ou oscila com amplitude crescente. Por outro lado, se os pólos a malha fechada se localizarem no semiplano esquerdo do plano s, a resposta transitória do sistema termina por alcançar um equilíbrio, representando um sistema estável. [3]

Pelo *software* Matlab versão R2016a, pode-se localizar os pólos a malha fechada do sistema através da função ***rlocus.m***. Segue o gráfico na Figura 8 realizado em Matlab.

Verifica-se a instabilidade através da função ***pole.m***, onde foram encontrados os pólos. São eles: -26,67, -52,9 e 52,9.

O pólo no semiplano direito do plano s de valor 52,9 é o pólo instável.

Pelo diagrama de *Root Locus* observa-se que não é possível ajustar um ganho ***K*** para trazer o pólo instável (valor 52,9) para o semipleno da esquerda do plano s, sendo assim deve-se implementar uma estrutura de compensação.

Pela função ***step.m***, com o Matlab versão R2016a se obteve a resposta ao degrau.

Segue na Figura 9 o gráfico da resposta ao degrau comprovando novamente a instabilidade.

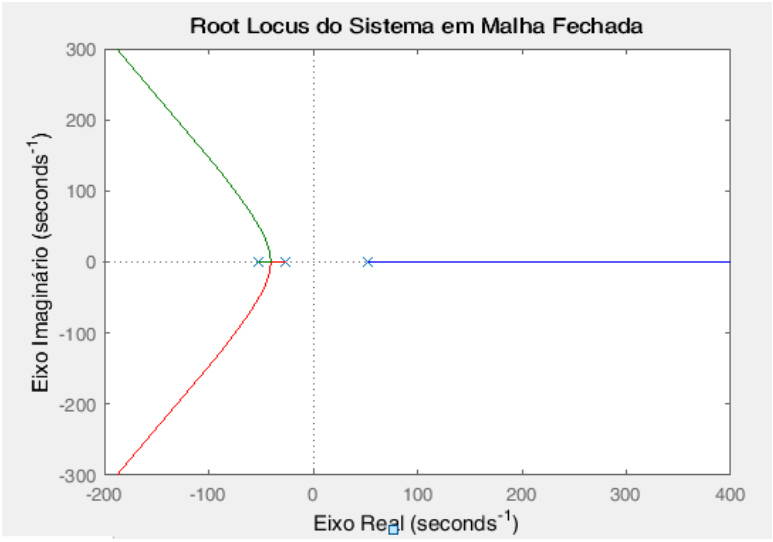


Figura 8. Diagrama de *Root Locus* do sistema em malha fechada.

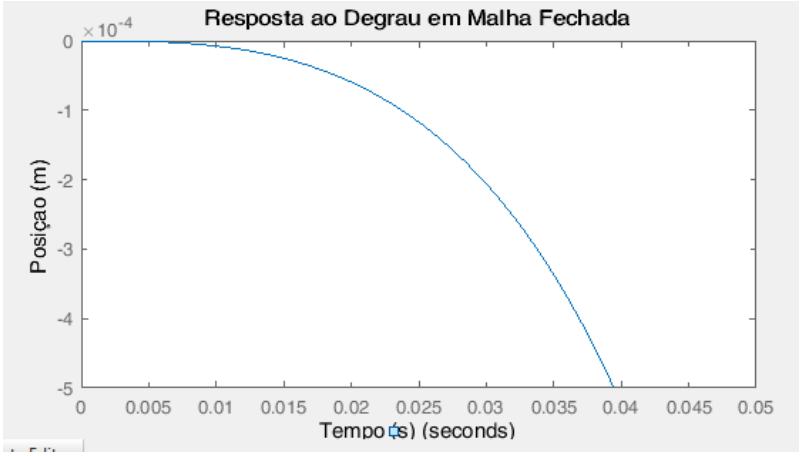


Figura 9. Resposta ao degrau do sistema em malha fechada sem qualquer compensação.

Copyright © 2016 ISESC

3.2. Prospecto de Desempenho do Sistema e Compensação

É necessário analisar a resposta que se tem do sistema e a resposta que se deseja ter do sistema. A partir da resposta do sistema desejado é definida a estrutura de compensação de modo que o sistema final seja estabilizado conforme desejado.

Foram realizadas simulações no software Matlab versão R2016a e constatou-se que o sistema respondeu satisfatoriamente com um coeficiente de amortecimento de 0,7 e tempo de acomodação de 0,25 segundos.

Tendo os requisitos de desempenho, prossegue-se para inserção dos pólos dominantes para se ter o desempenho desejado. Para cálculo dos pólos usa-se a equação 24 abaixo. [3]

$$p = \zeta . \omega_n \pm j\omega . \sqrt{1-\zeta^2} \quad (24)$$

onde, ζ é o coeficiente de amortecimento do sistema e ω_n é a frequência natural não amortecida do sistema.

Os pólos encontrados foram: $p1 = -12 + 12.24i$ e $p2 = -12 - 12.24i$, estes calculados no *software* Matlab versão R2016a.

Estes pólos irão substituir o pólo instável e o sistema final terá como função de transferência a equação 25.

$$G_{og}(s) = \frac{-47{,}56}{s^4 + 103{,}6\, s^3 + 3614\, s^2 + 57240\, s + 414600} \quad (25)$$

A partir do diagrama de *Root Locus* pôde-se confirmar a estabilidade do sistema global. O diagrama de *Root Locus* do sistema compensado é mostrado na Figura 10. Os pólos do sistema global ficaram da seguinte forma: -52.9, -26.67, -12+12.2424i e -12-12.2424i.

Abaixo temos a equação 26 global do sistema compensado:

$$G_{og}(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)\mathrm{H(s)}} \quad (26)$$

onde, *Gc(s)* é a função de transferência da estrutura de compensação, *G(s)* é a função de transferência da planta, H(s) é a função de transferência do sensor e Go(s) é a função de transferência global do sistema.

Como se conhece as equações *G(s)*, *Go(s)* e *H(s),* pode-se encontrar a função de transferência *Gc(s).*

Segue abaixo a equação 27 da estrutura de compensação com *Gc(s)* calculada por Matlab:

$$Gc(s) = \frac{s^3 + 26{,}67s^2 - 2803s - 74740}{s^4 + 103{,}6\, s^3 + 3614\, s^2 - s - 15400} \quad (27)$$

Segue na Figura 11 o diagrama de blocos da simulação do sistema compensado no Matlab versão R2016a e na Figura 12 a resposta ao degrau comprovando a compensação.

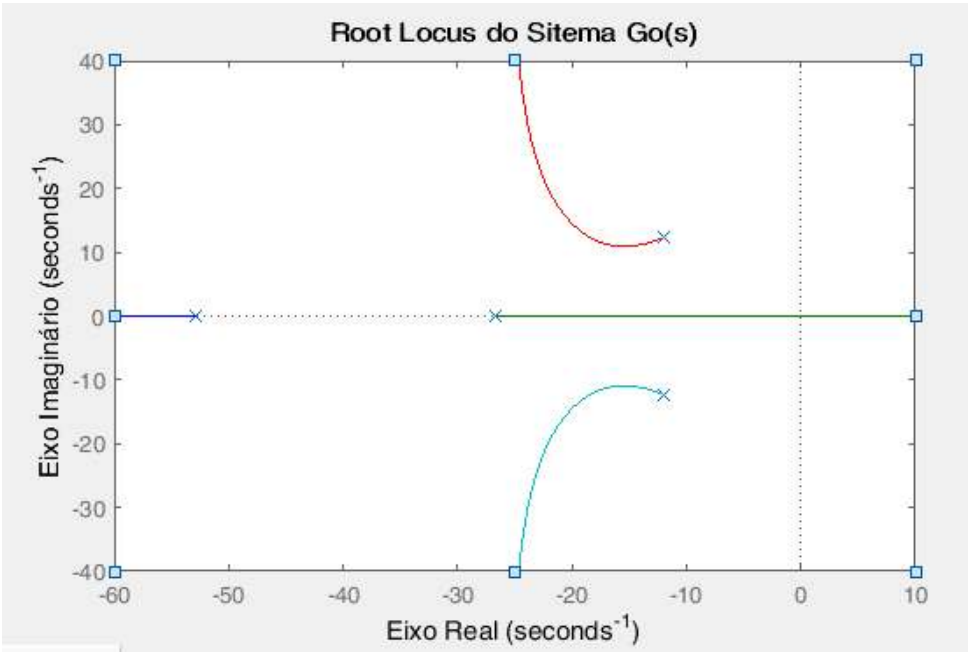


Figura 10. Diagrama de *Root Locus* do sistema compensado.

Copyright © 2016 ISESC

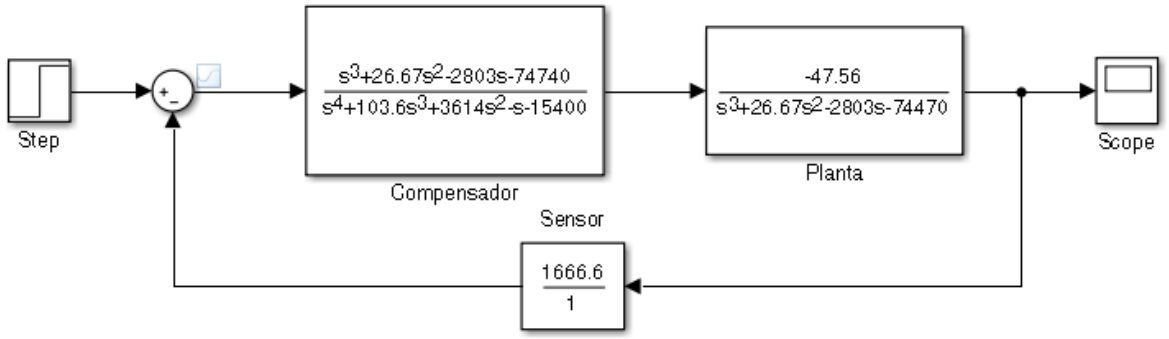


Figura 11. Diagrama de blocos da simulação em Matlab do sistema compensado.

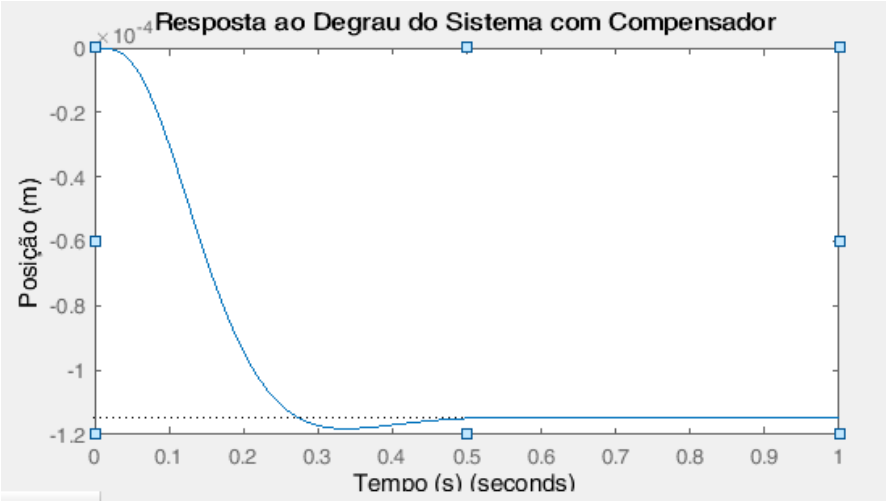


Figura 12. Resposta ao degrau do sistema compensado.

4. Conclusão

Foi possível realizar a modelagem matemática da dinâmica do sistema através de equações diferenciais tomando como base as leis físicas envolvidas no levitador magnético proposto. Com o emprego das equações pôde-se linearizar o sistema em torno do ponto de equilíbrio e descrever o mesmo na forma de variáveis de estado. Com a equação em variáveis de estado pôde-se encontrar a função de transferência que descrevesse a dinâmica do sistema. Baseado na função de transferência do sistema foi possível analisar a estabilidade e o desempenho do mesmo. Verificou-se e confirmou-se a instabilidade do sistema por meio de simulações e houve então a necessidade de se implementar uma estrutura de compensação de modo a estabilizar o mesmo. Foi projetada uma estrutura de compensação baseada nas condições de estabilidade e desempenho desejadas.

Durante a realização deste trabalho pôde se familiarizar com conceitos importantes de magnetismo, modelagem matemática, modelagem em espaço de estados, análise de requisitos de desempenho e estabilidade de sistemas e análise de estruturas de compensação.

Referencias

[1] ISOLA, VINICIUS. A História do Eletromagnetismo. UNICAMP, 2001.

[2] R. GOMES, RAFAEL; M. STEPHANM, RICHARD. Um experimento para ilustrar o sistema de levitação eletromagnética utilizado em trens MAGLEV. UFRJ, 2004.

[3] KATHUSHIKO, OGATA. Engenharia de Controle moderno. 5º Edição, Editora LTC, 2011.

Copyright © 2016 ISESC

[4] C. DORF, R.; H. BISHOP, R.. Sistemas de Controle Moderno. 8º Edição, Editora LTC, 2001.

[5] S. NISE, N.. Engenharia de Sistemas de Controle. 3º Edição, Editora LTC, 2002.

[6] L. PHILLIPIS, C.; D. HARBOR, R.. Sistemas de Controle em Realimentação. 1º Edição, Editora Makron Books, 1996.

[7] C. PARSHAL, S. Design, Fabrication and Control of a Single Actuator Magnetic Levitation System. 2002. 45f. Senior Honors Thesis (Mechanical Engineering).

[8] MECHATRONICS 2016 Disponível em <http://engineering.nyu.edu/mechatronics/Mpcrl/Experiment_4_protected.pdf>. Acesso em 17 maio de 2016.

Copyright © 2016 ISESC